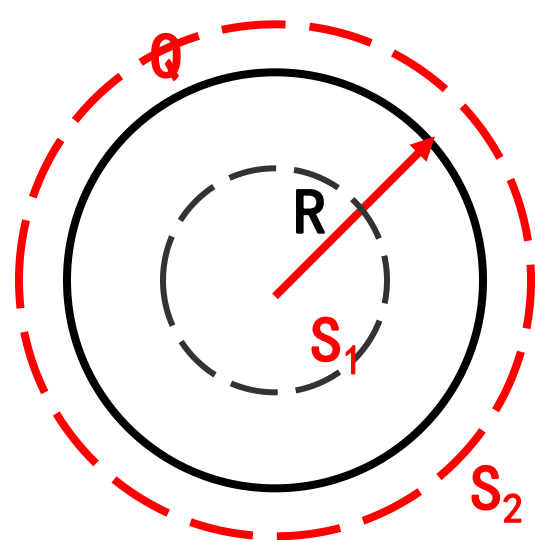


高斯定理的应用

例 均匀带电球壳的电场强度

解：由于电荷均匀分布，电场强度也将成球面对称，因此电场强度方向均沿径矢。



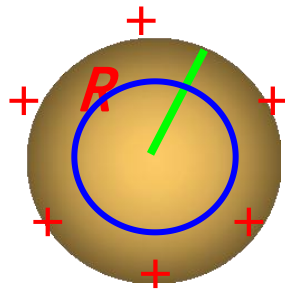
对于球面内部：作高斯面 S_1 ，根据高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} = 0 \quad \therefore E = 0$$

对于球面外部：作高斯面 S_2 ，根据高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \therefore E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \therefore E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$

对球面内一点:

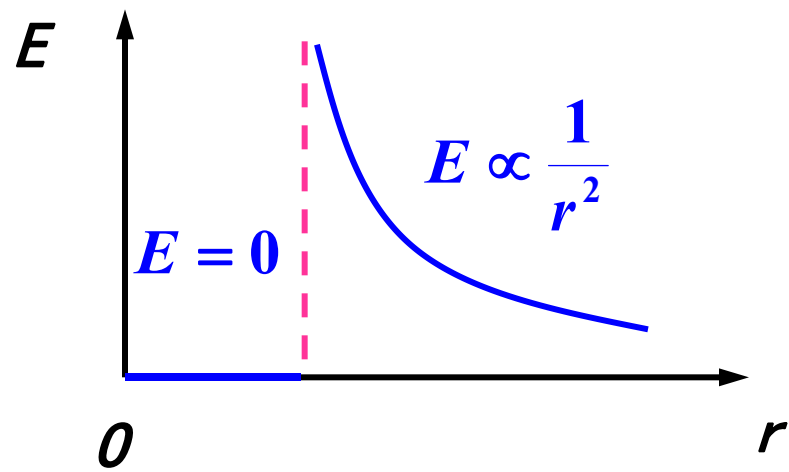


$$r < R \quad \sum_i q_i = 0$$

$$E = 0$$

$$r > R$$

$$\therefore E = \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}$$



电场分布曲线

例 已知球体半径为 R , 带电量为 q (电荷体密度为 ρ)

求 均匀带电球体的电场强度分布

解 球外($r \geq R$)

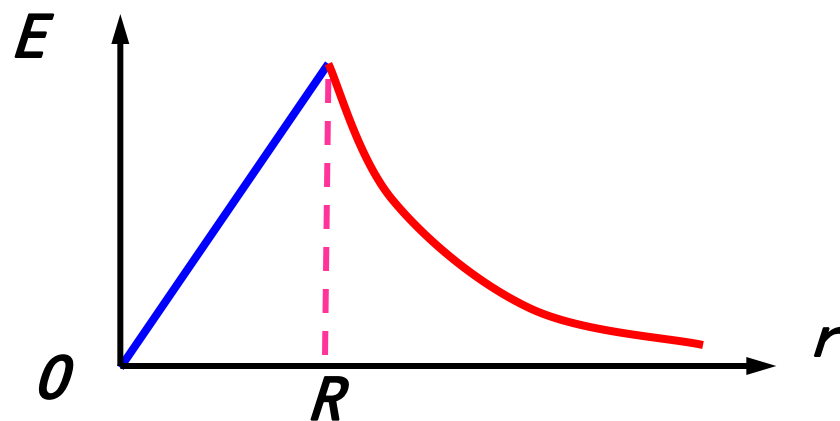
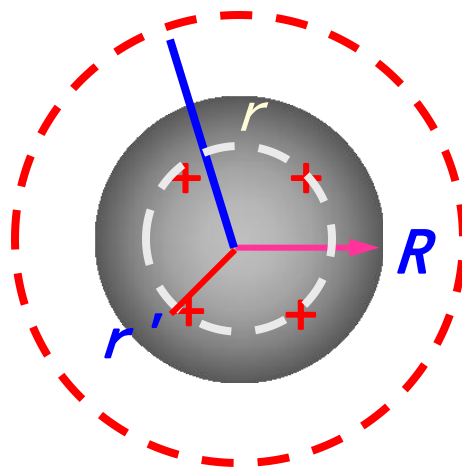
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{r}^0 = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2} \vec{r}^0$$

球内($r < R$)

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot 4\pi r'^2$$

$$= \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi r'^3 \rho = \frac{1}{\epsilon_0} q'$$

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$



电场分布曲线

例 无限场均匀带电直线的电场强度

无限长均匀带正电的直线，其线电荷密度为 λ

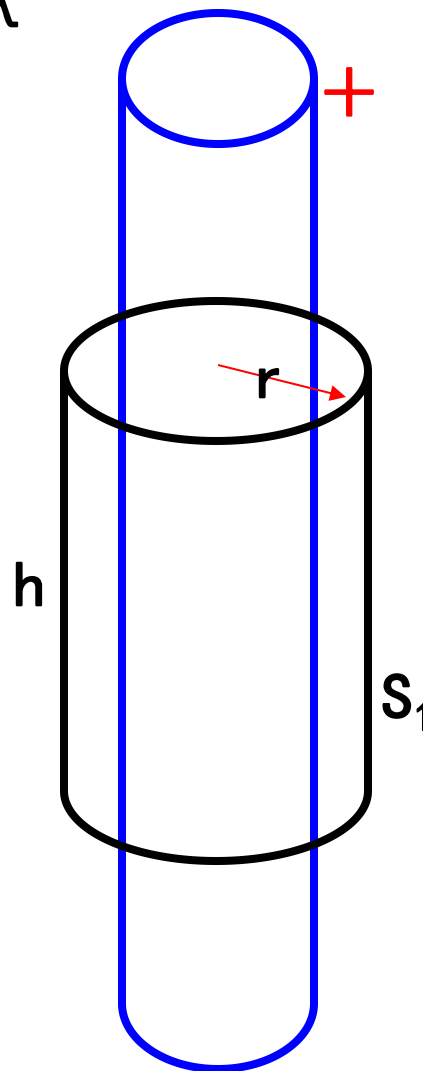
解：由于电荷均匀分布，因此电场强度方向均沿垂直于直线的径矢方向。

作底面半径为 r ，高为 h 的高斯面 S_1 ，根据高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0}$$

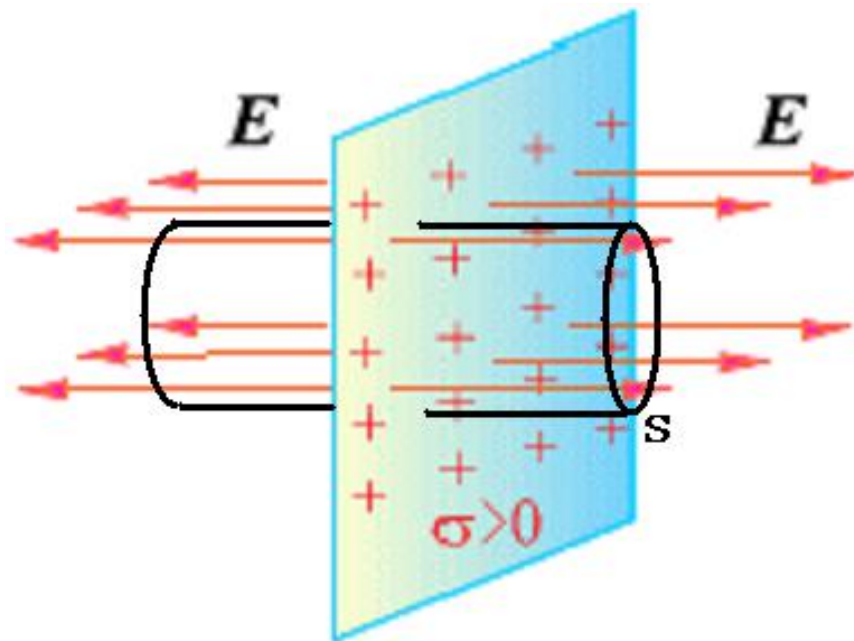
$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$



例 无限大均匀带电平面的 电场强度

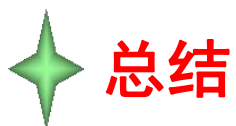
电荷面密度为 $\sigma > 0$

解：由于电荷均匀分布，因此
两侧的电场强度方向沿垂直于
平面。



作底面面积为S高斯面，根据高斯定理

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$
$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$
$$\therefore E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



总结

用高斯定理求电场强度的步骤：

- (1) 分析电荷的电场；
- (2) 根据对称性取高斯面；
 - * 高斯面必须是闭合曲面
 - * 高斯面必须通过所求的点
 - * 高斯面的选取使通过该面的电通量易于计算
- (3) 根据高斯定理求电场强度。

9.4 静电场的环路定理 电势能

一、静电场力所作的功

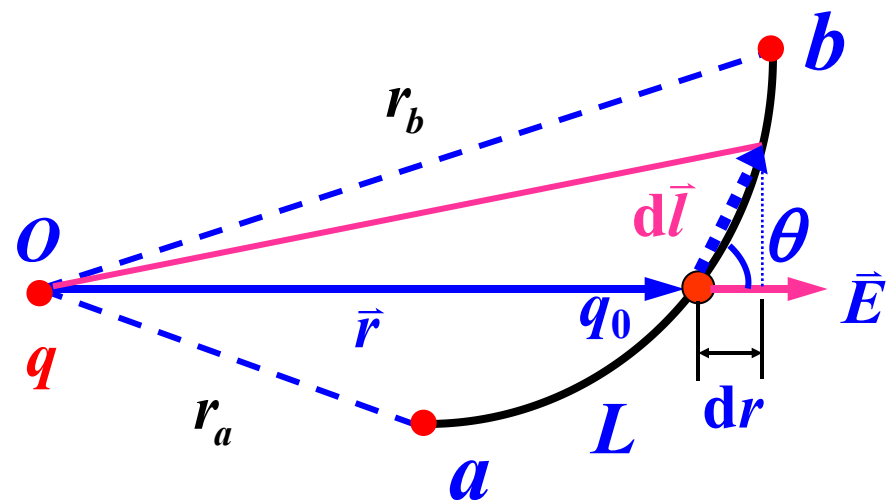
- 单个点电荷产生的电场中

$$A = \int_{a(L)}^b \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{a(L)}^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{a(L)}^b q_0 E dl \cos \theta$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r^2} dr$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right)$$



(仅与始末位置有关,
与路径无关)

◆ 任意带电体的电场（点电荷的组合）

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$W = q_0 \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \sum_i q_0 \int_l \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

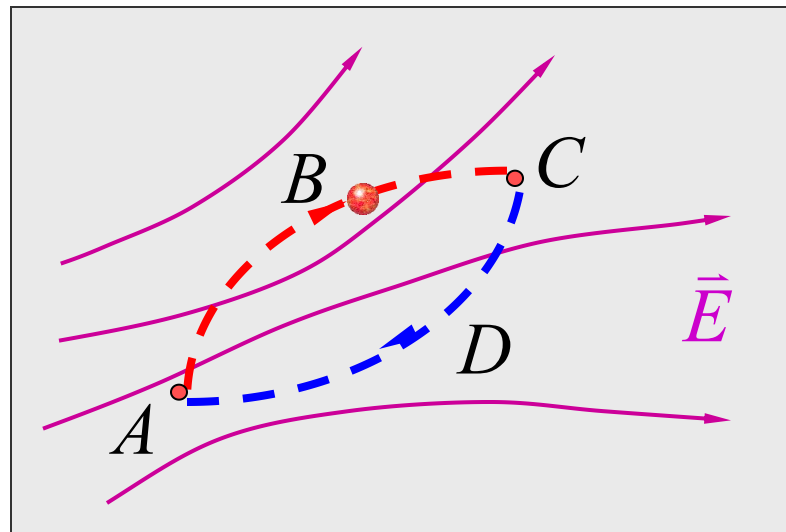
结论： 静电场力做功，与路径无关.

二 静电场的环路定理

$$q_0 \int_{ABC} \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 \int_{ADC} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$q_0 \left(\int_{ABC} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{CDA} \vec{E} \cdot d\vec{l} \right) = 0$$

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



结论：沿闭合路径一周，电场力作功为零。

静电场是保守场

三、电势能

静电场是保守场，静电力是保守力。静电力所做的功就等于电荷电势能增量的负值。

$$W_{ab} = \int_a^b q_t \vec{E} \cdot d\vec{l} = -(E_{pb} - E_{pa})$$

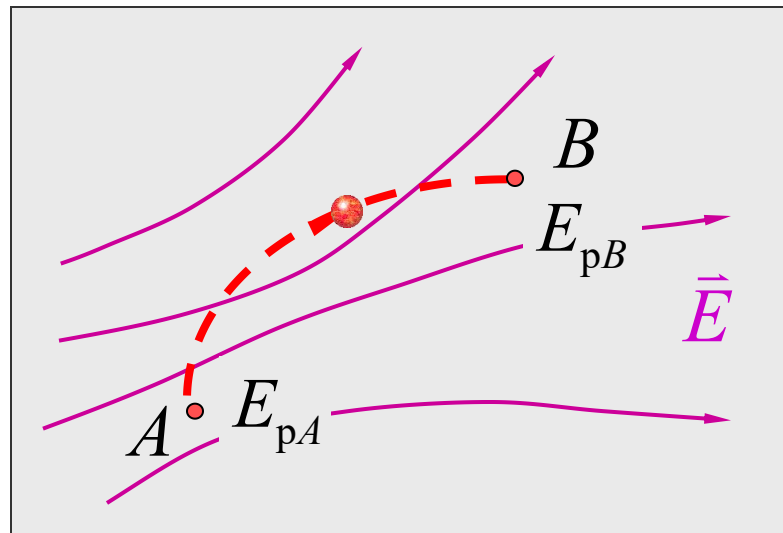
选b点为电势能零点 $E_{pb} = 0$

$$E_{pa} = \int_a^{\text{参考点}b} q_t \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

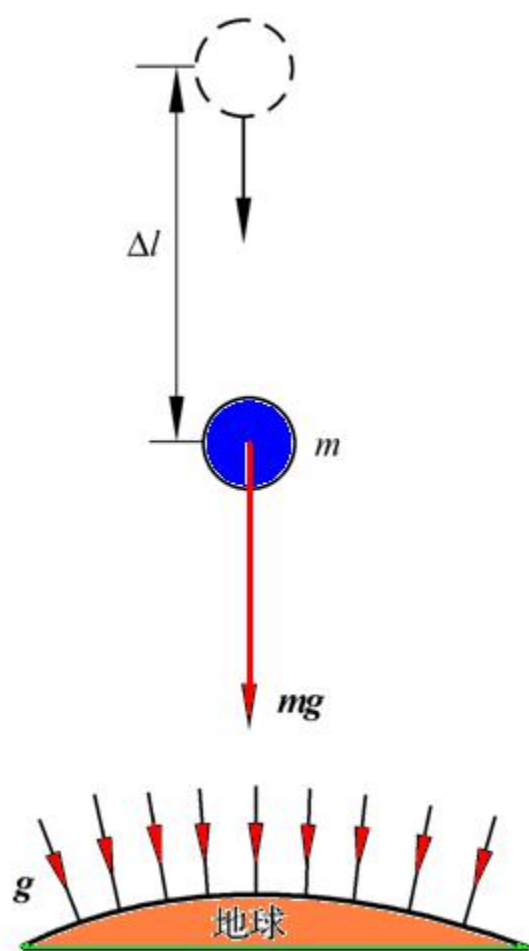
一般选无限远处的电势能为零，则

$$E_{pa} = \int_p^{\infty} q_t \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

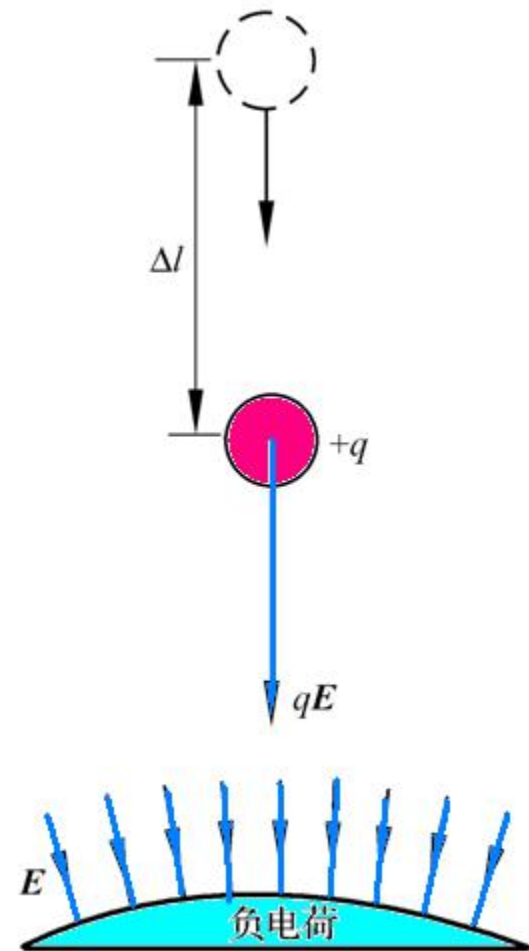
◆ 单位：焦耳 (J)



重力对物体 m 做功使重力势能减少及在静电场中电场力对正电荷 q 做功使静电势能减少



(a) 重力场中重力对 m 做功



(b) 静电场中电场力对 q 做功

9.5 电势 电势差

一 电势

1定义：把电荷在电场中某点的电势能与它的电量的比值，称为该点的电势。

$$V_a = \frac{E_{pa}}{q_0} = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

2、说明：

- 电势是标量，有正有负；
- 电势的单位：伏特 $1V=1J \cdot C^{-1}$ ；
- 电势具有相对意义，它决定于电势零点的选择。在理论计算中，通常选择无穷远处的电势为零；
 - 在实际工作中，通常选择地面的电势为零。
 - 但是对于“无限大”或“无限长”的带电体，只能在有限的范围内选取某点为电势的零点。

二、电势差

在静电场中，任意两点A和点B之间的电势之差，称为电势差，也叫电压。

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

静电场中任意两点A、B之间的电势差，在数值上等于把单位正电荷从点A移到点B时，静电力所作的功。

$$W = q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 U_{AB} = q_0 (V_A - V_B)$$

几种常见的电势差 (V)

生物电 10^{-3}

普通干电池 1.5

汽车电源 12

家用电器 110或220

高压输电线 已达 5.5×10^5

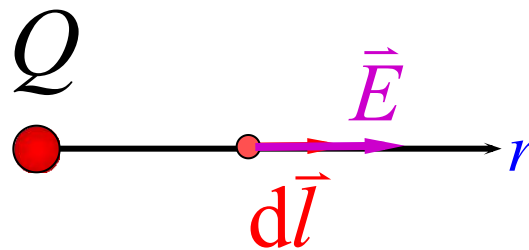
闪电 $10^8 - 10^9$

三 电势的计算

1 点电荷电场的电势分布。

解: $E = \frac{Q}{4 \pi \varepsilon_0 r^2}$ 令 $V_\infty = 0$

$$\begin{aligned} V &= \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_r^\infty E \cdot dr \\ &= \int_r^\infty \frac{Q}{4 \pi \varepsilon_0 r^2} \cdot dr \end{aligned}$$



$$V = \frac{Q}{4 \pi \varepsilon_0 r}$$

$$\begin{cases} Q > 0, & V > 0 \\ Q < 0, & V < 0 \end{cases}$$

例题4，均匀带电圆环轴线的电势。

已知电荷 q 均匀地分布在半径为 R 的圆环上，求圆环的轴线上与环心相距 x 的点的电势。

